

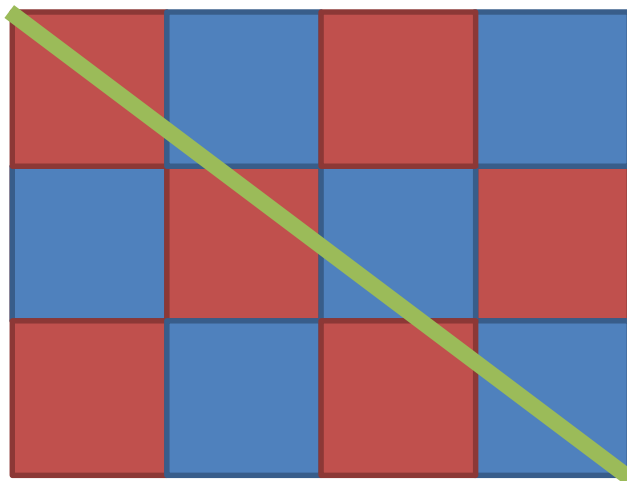
ACPC 2015 Day 1

D : 市松模様

@tubo28

概要

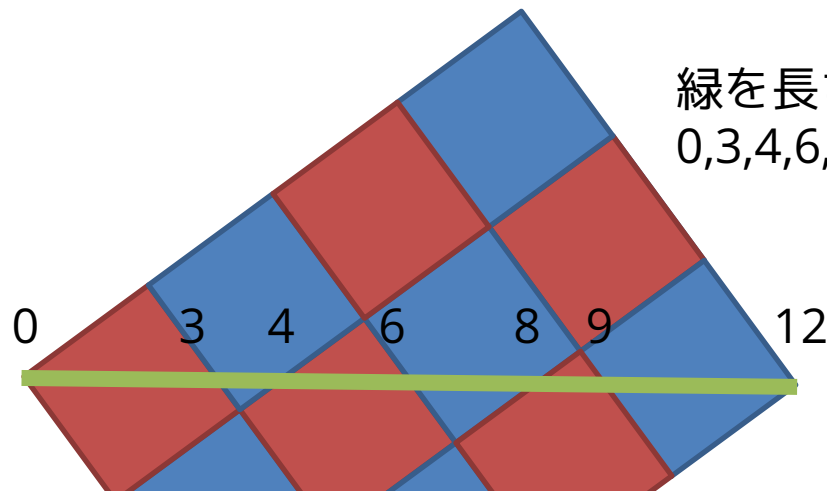
- 左上隅が赤，隣が青の市松模様があります
- 対角線を引きました
- 「赤を通過した部分の長さ」と「青を通過した部分の長さ」の比を求めてください



← 1:1

考察

- 対角線の色が変わるタイミングは h 等分点と w 等分点
- 数直線の $[0, hw]$ の区間の w の倍数の点と h の倍数の点に印をつける
- 対角線の通る色は, $[0, hw]$ を印で色を切り替えながら塗っていくのと同じこと
- 交点を通るときは2回替わって元に戻ったことにする



緑を長さ12の数直線と見ると
0,3,4,6,8,9,12(3または4の倍数)の点を通っている

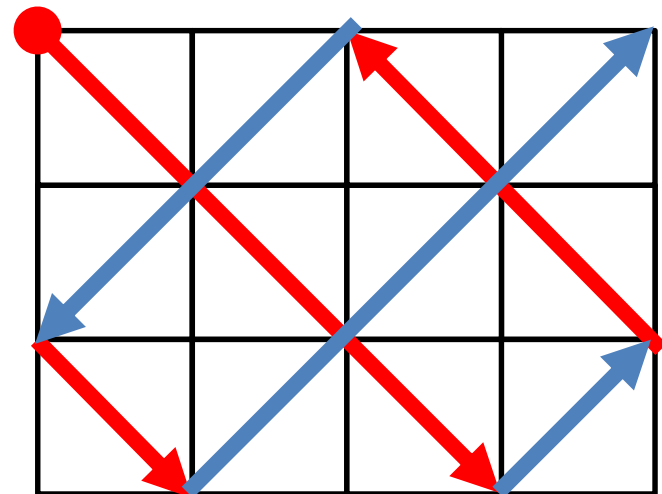
考察

- 区間 $[k, k+1]$ は「 k 以下の h の倍数の個数 + w の倍数の個数」が偶数なら赤, 奇数なら青
- $O(hw)$ で愚直に数えるコード
 - h または w の倍数を $O(1)$ で移って全体 $O(h+w)$ の実装もある
 - が, どちらも TLE

```
int red = 0, blue = 0;
for(int i = 0; i < h*w; i++){
    int cnt = i/h + i/w;
    if(cnt%2 == 0) red++; else blue++;
}
```

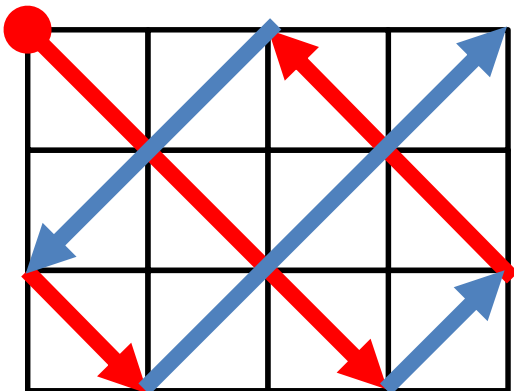
解法

- 方眼を用意する
- 最初に左上隅から右下に移動する
- マスの上を通るときときに赤または青で塗る(最初は赤)
- 壁にぶつかったら色を変えて向きを反射させる
- 隅にぶつかるまで続ける

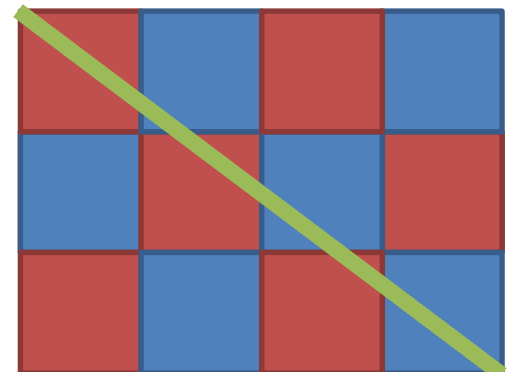


解法

- 折れたところを伸ばすと元の数直線になる
 - 折れ目は3または5の倍数だけ進んだところで反射するから
- 終了後は $\gcd(h,w) = 1$ のとき全てのマスを通っている
- つまり, $h \times w$ の市松模様に含まれるマスの数の比 (赤 : 青) が最終的な答えになる



市松模様の
赤青と一致している



解法

```
typedef long long ll;
pair<ll,ll> solve(ll h, ll w){
    ll g = gcd(h,w);
    if(g == 1){
        ll l = h*w;
        if(h%2==0 || w%2==0) return {1,1};
        else return {l/2+1, l/2};
    } else {
        return solve(h/g, w/g);
    }
}
```

解法

- 証明は難しいですが実験するとすぐ見える
- 似たような問題が全探索可能な問題として SRM 594 Div2 Easy で出ている
 - http://community.topcoder.com/stat?c=problem_statement&pm=12811&rd=15706&rm=319121&cr=23101450
- 長方形を斜めに動く考察方法は夏合宿で知りました
 - オンサイトイベントには参加しましょう

結果

- FA
- FA (オンサイト)
- ジャッジ解

ジャツジ解

- tm : 19行
- tubo28 : 43行