

# F 階段

原案:shumon

解説:T.M

テスター:ixmel,noy,T.M

# 概要

- $N$ 階の建物がある
- 1階にいる
- $M$ 回階段を上り下りする
- 全ての階に一回以上訪れる移動は何通り？

# 少し考える

- 全ての階に一回以上訪れるためには
- 最上階に行けばよい
- 途中の階に訪れずに最上階にはいけない

# つまり

- 全ての階に一回以上訪れる
- N階の移動方法-(N-1)階の移動方法
- を求めればよい
- どうやってN階の移動方法を求めるか

# 想定誤解法

- DP
- $dp[i][j]$ = $i$ 回目の移動で $j$ 階にいる通り数
- $N, M$ が大きすぎてメモリがと時間が足りない
- $O(NM)$

# 想定解

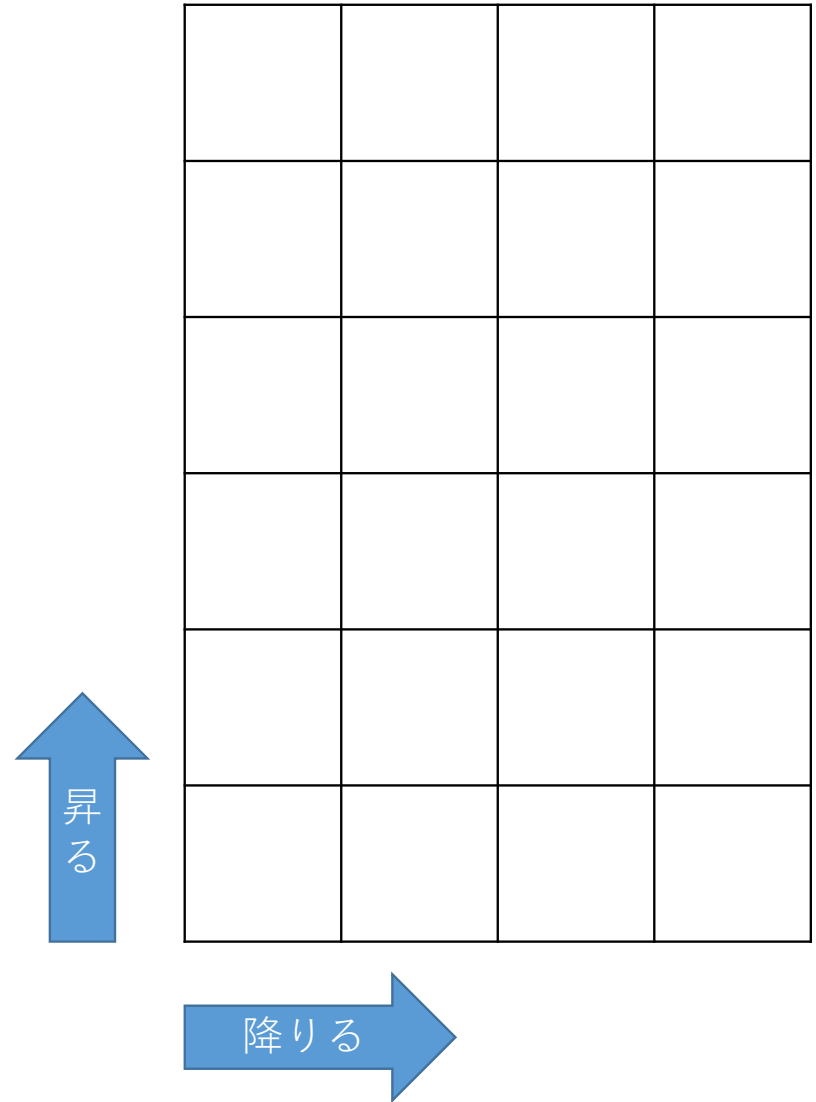
- 最後にいる場所を決め打ちする
- すると昇る回数と降りる回数分かる
- コンビネーションで求まる!!

# ほんまか？

- いいえ
- 最上階から昇ったり、1階から降りたりする

# 例えば

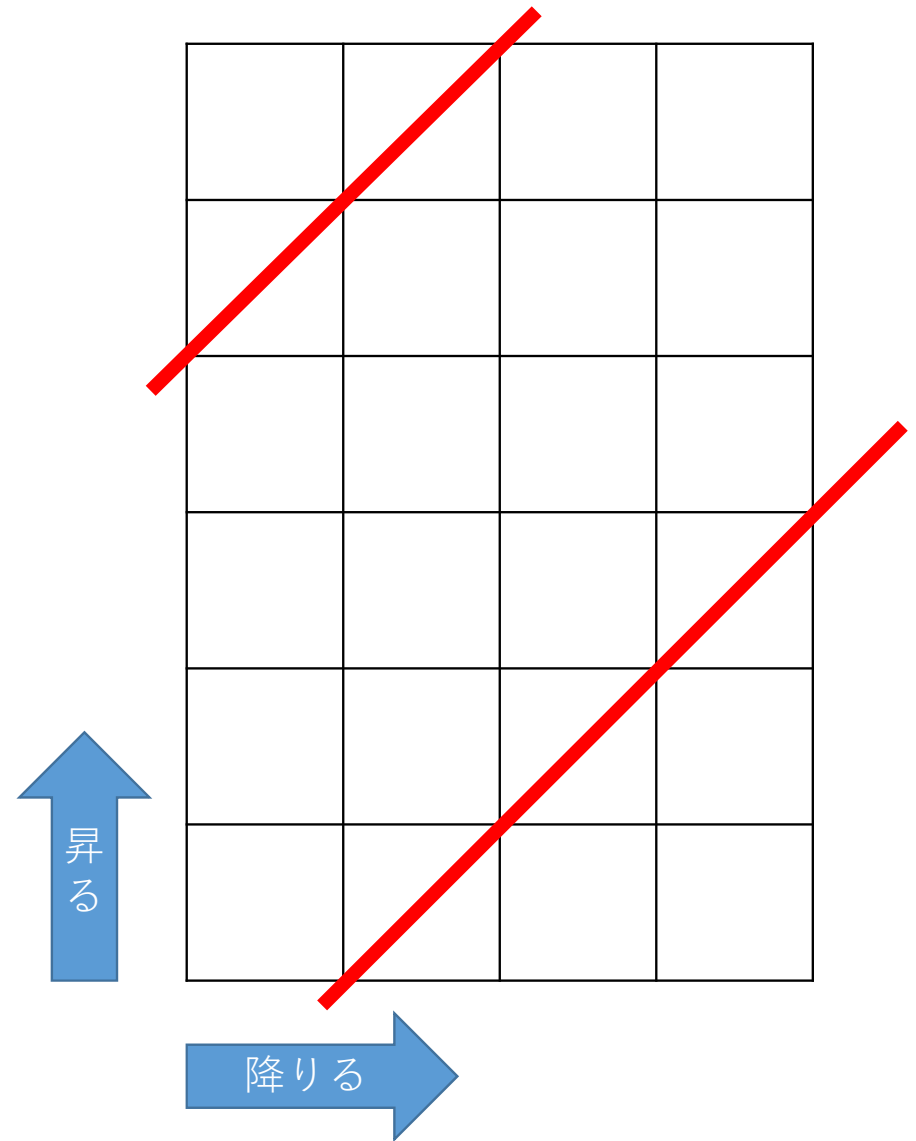
- $N=4$ 、 $M=10$ のとき
- 最後3階にいるとする
- 上に6、下に4移動する





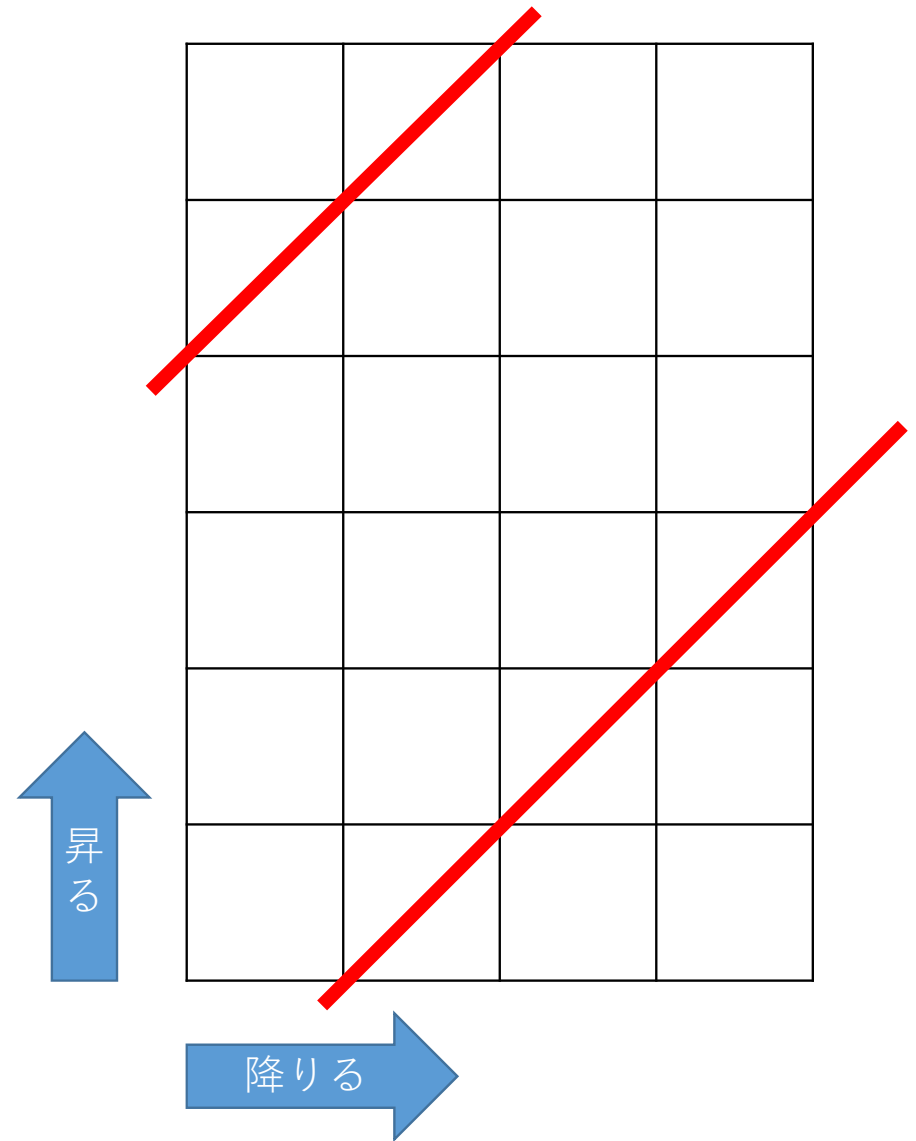
# 例えば

- $N=4$ 、 $M=10$ のとき
- 最後3回にいるとする
- 上に6、下に4移動する
- ただし赤線を通れない



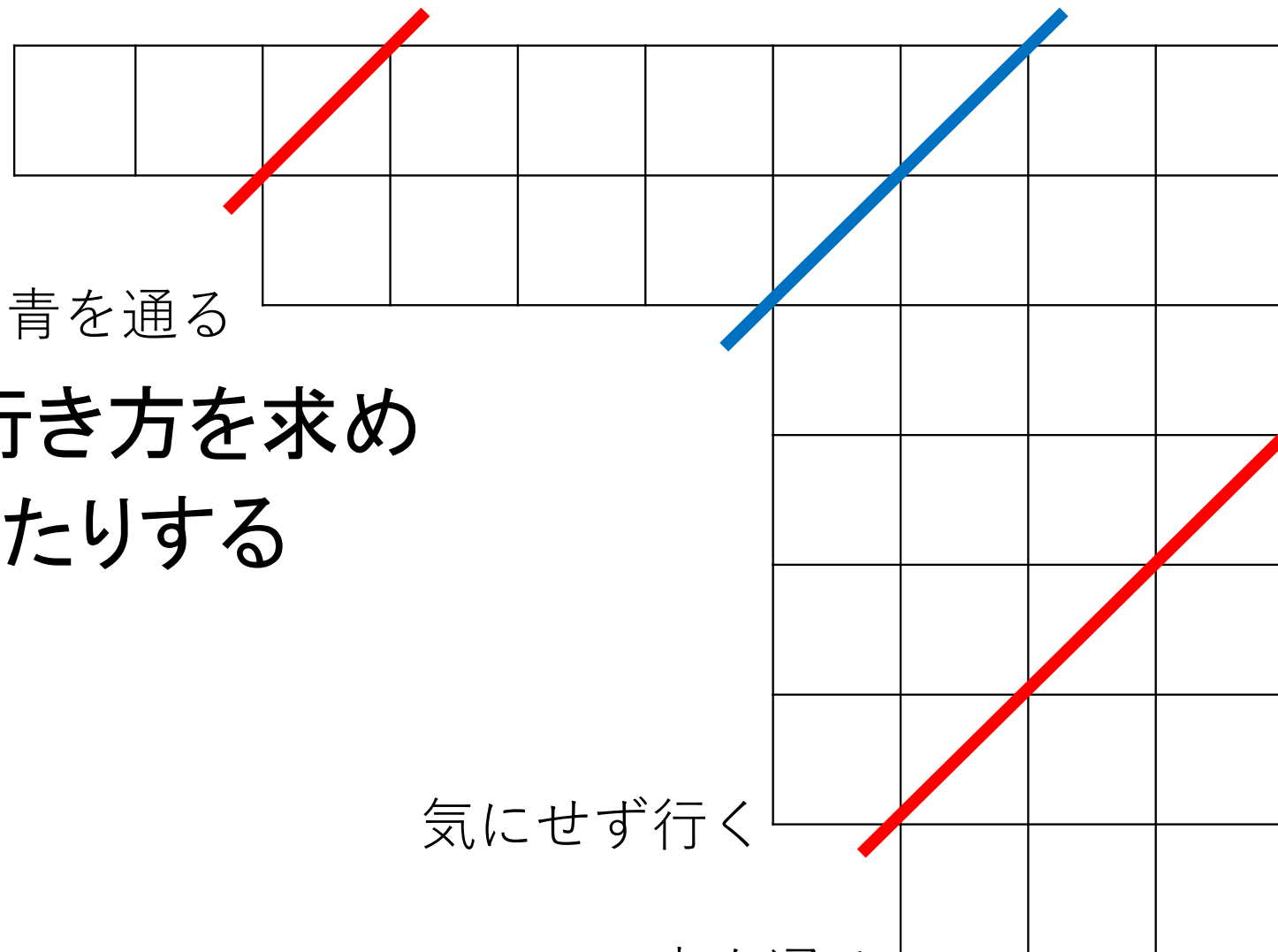
# 例えば

- 赤線を通る移動方法は
- 折り返して求める



# 例えば

赤を通過して  
青を通過する



青を通過する

- 各場所から行き方を求め
- 足したり引いたりする

気にせず行く

赤を通過する

# つまり

- 上にk回移動するとすると
- $mC_k - mC_{(k-1)} + mC_{(k-1-n)} - \dots$   
 $- mC_{(k+n)} + mC_{(k+n+1)} - \dots$
- これの総和が決め打ちしたときの移動方法

# まとめ

- 一回の計算が $O(M/N)$
- $N$ 回回すので全体で $O(M)$
- $aCb$ を愚直に計算していると間に合わない
- 階乗を前もって計算して起き、そこから求める

# 別解(笑)

- $mC_k - mC_{(k-1)} + mC_{(k-1-n)} - \dots$   
     $- mC_{(k+n)} + mC_{(k+n+1)} - \dots$
- これの総和を毎回求めずにいると

# 別解(笑)

- $\sum mC_i * f(i);$

- $f(i) = \{(i * 2 - m + (2 * n + 2)) \% (2 * n + 2) == 0 \sim n - 1 \rightarrow 1$   
 $n, 2 * n + 1 \rightarrow 0$   
 $n + 1 \sim 2 * n \rightarrow -1$   
 $\}$

$O(M)$

# いつもの

- オンサイト

- FA                   ATOさん                   149min

- 提出                   1/2                   50%

- 全体

- FA                   pekempeyさん                   96min

- 提出                   3/9                   33.3%



# ジャッジ解

- T.M (C) 38行
- T.M (C) 21行 別解
- ixmel (C++) 70行
- noy (C++) 26行 DP (small)