

リレー

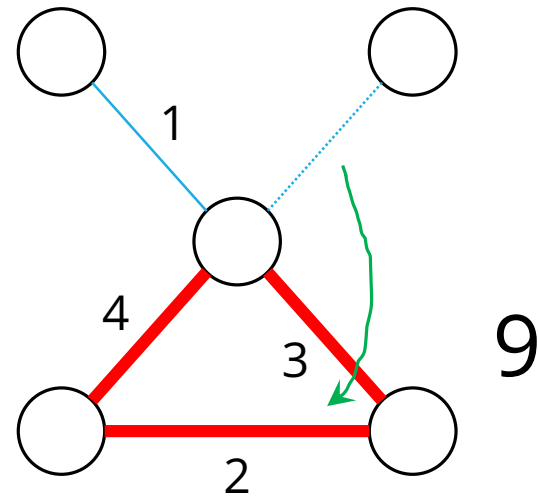
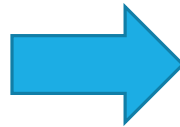
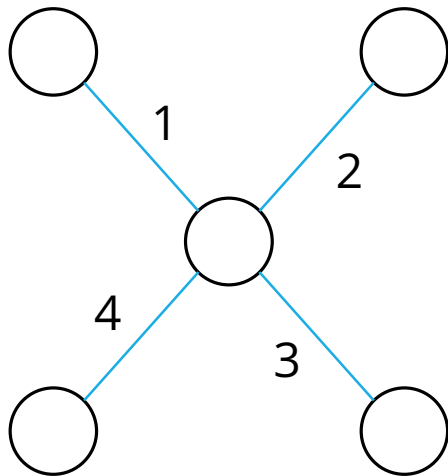
問題: Yazaten

解答: tubo28, T.M

解説: tubo28

問題概要

大きさ $n \leq 100,000$ の重み付き木が入力される
辺を1つ取って別の場所につける
できる閉路の重みを最大化



部分点 (にしたかった) 解法

任意の辺 e を取ったときにできる 2 つの部分木の直径を求める
大きい方の両端に e を付けてできる閉路が最適

辺は $n-1$ 通り, 直径を求めるアルゴリズムは $O(n)$ 時間なので全体で $O(n^2)$

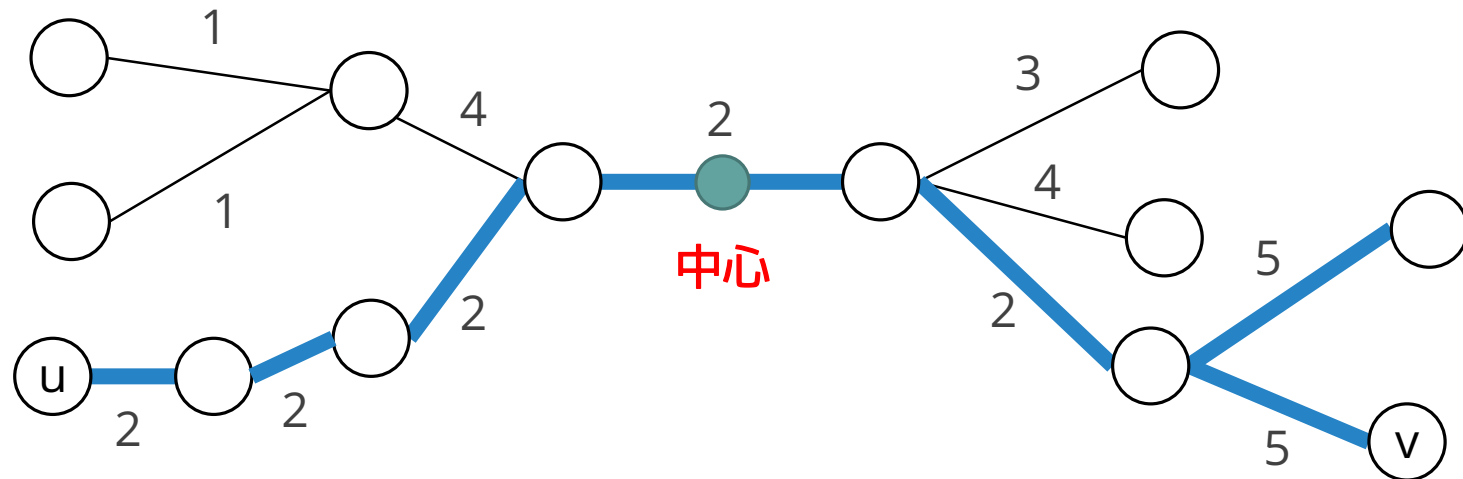
- 直径のアルゴリズムは Double Sweep という
- ABC019 D
 - http://abc019.contest.atcoder.jp/tasks/abc019_4
 - <http://www.slideshare.net/chokudai/abc019>

解法

木には**中心**がある

- 全ての直径のパスが通る点 (が乗る辺) が唯一に定まる
- <http://pekempey.hatenablog.com/entry/2015/11/03/201107>

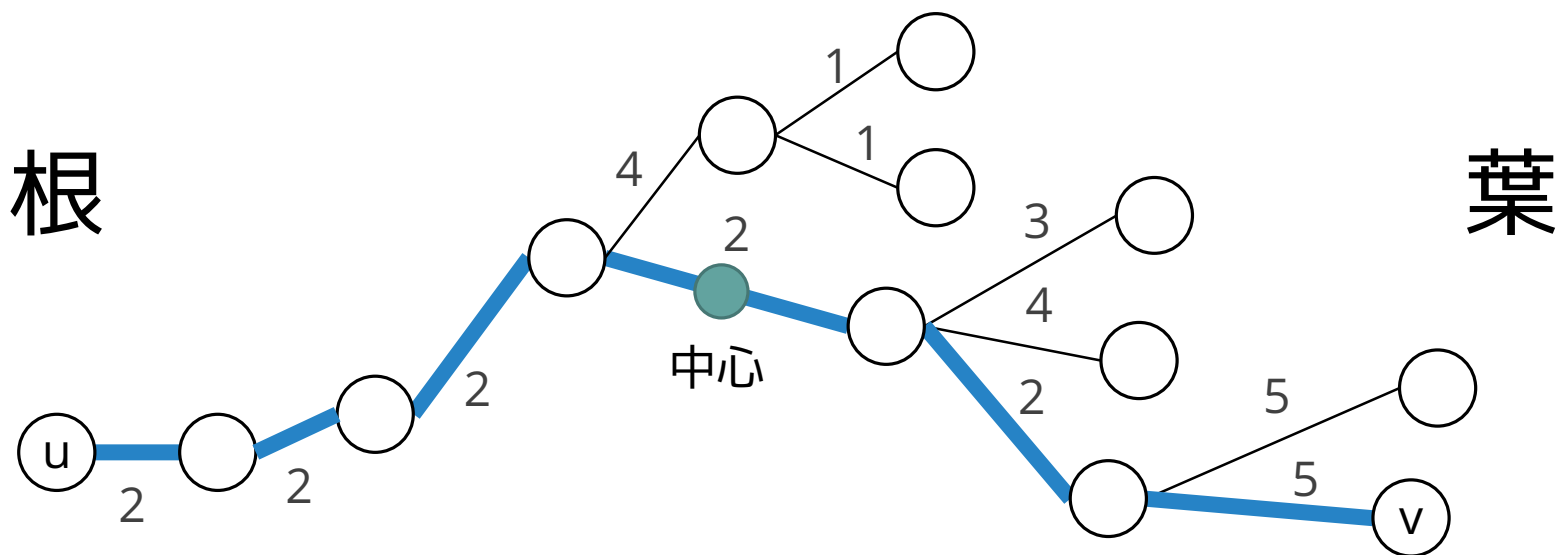
直径の両端を u, v とおく



スライドの作成者が用語を間違っていて覚えていたため、公開時点のスライドは間違っていました (現在は修正されています).
ご迷惑おかけして申し訳ありません.

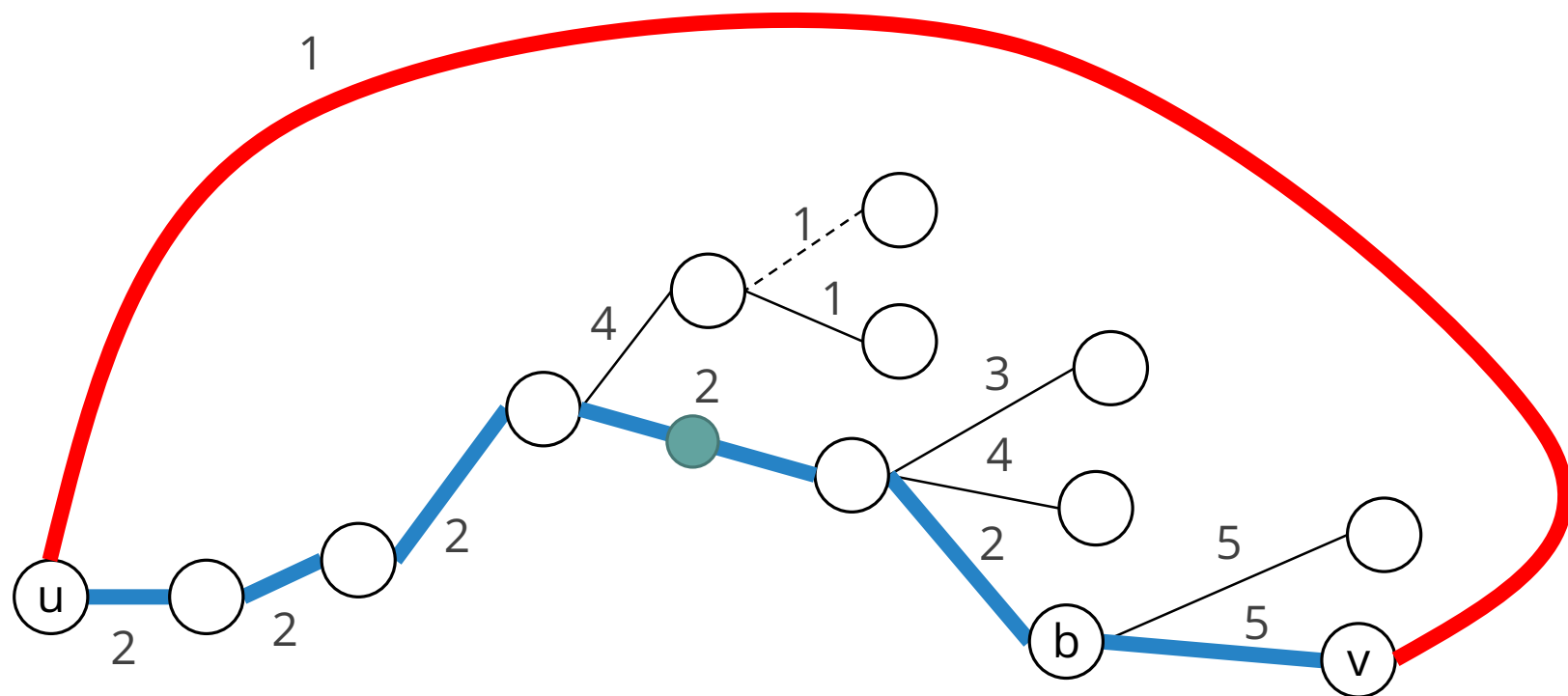
部分点解法の高速化

まず、 u を根とする根付き木を考える
どこから辺を取るかで場合分けする



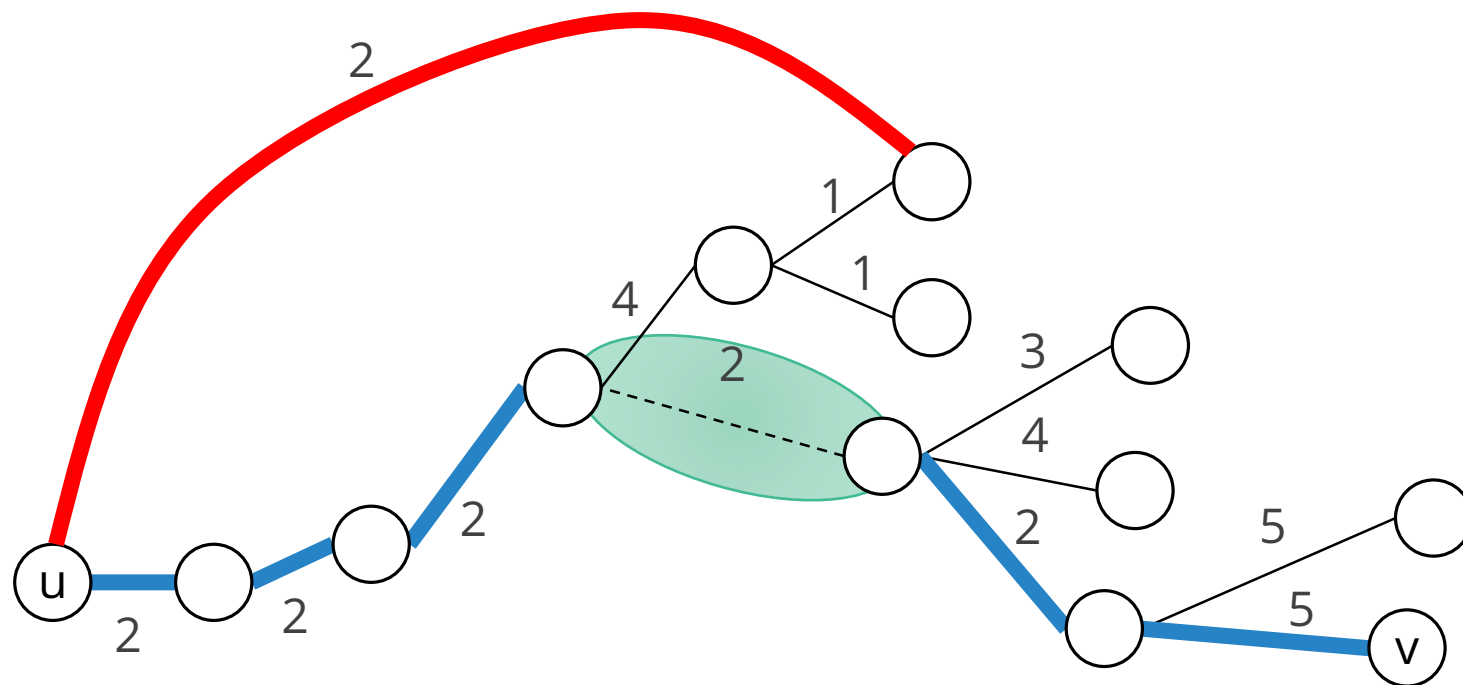
① 直径に含まれない辺

直径に付けるのが最適



② 中心を含む辺 (存在する場合)

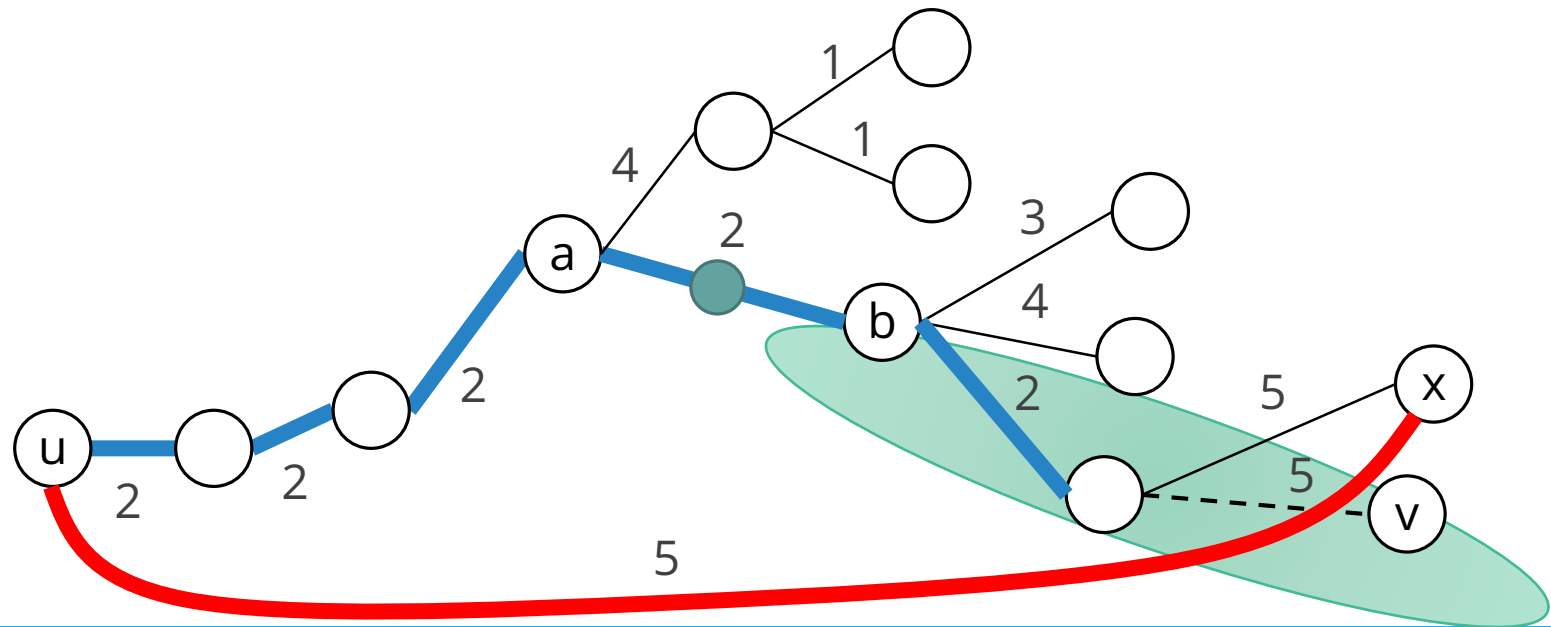
両側の木で直径を求めて長い方に付けるのが最適



③ u-v パスに含まれる葉側の辺

中心の両端を根側から a, b とおく

u-a パスを含む答えだけを考えると、取り除いた辺を通らずに u から到達可能な最も遠い点 x と u を結ぶのが最適



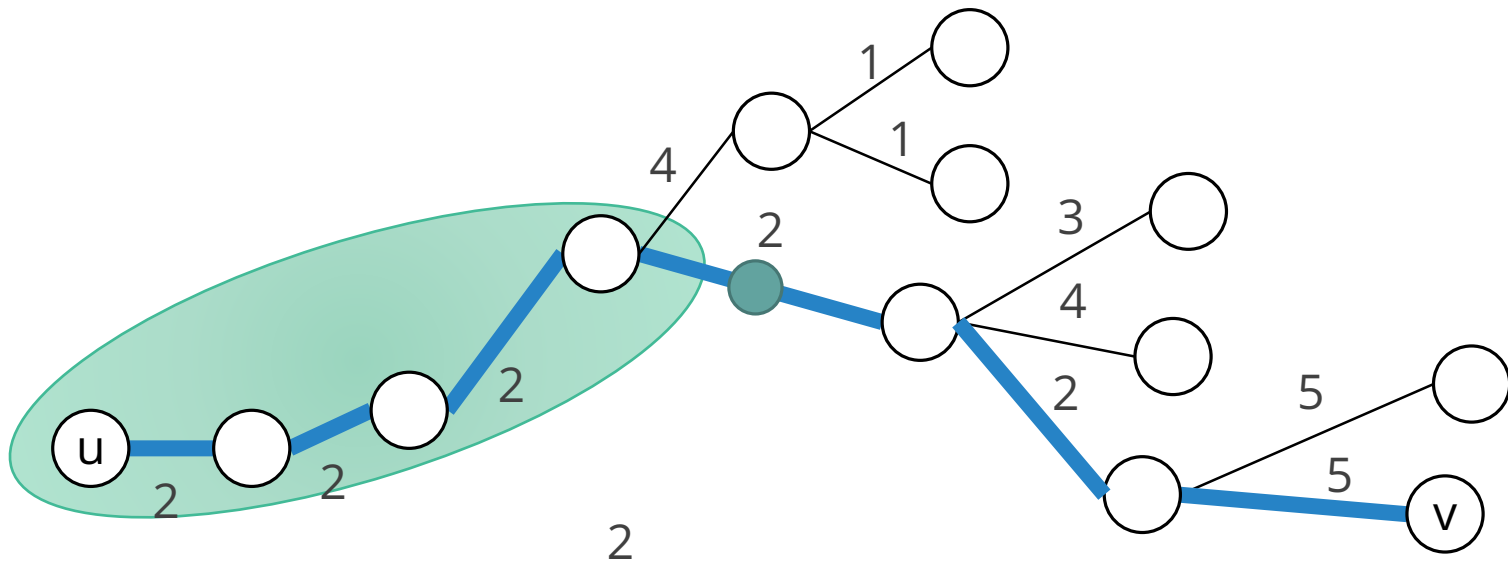
③ u-v パスに含まれる葉側の辺

直径の性質からそれだけで十分

- 任意の b-(bより葉側の点) パスは b-u パスより長くない
- b から最も遠い点は u
- したがって, u から最も遠い点と x を結ぶパスが残った木の直径
 - Double Sweep

④ u-v パスに含まれる根側の辺

v を根として③を試すのと同じ



③でのクエリの処理

「u から辺 e を通らないで到達できる最も遠い点」を効率的に求めたい

まずオイラーツアーをする

- 続・ペアプログラミング
 - <https://www.youtube.com/watch?v=jotn1-RzOC0>
- DFS での訪問順に頂点を列に追加していく

任意の e に対して, u から辺 e を通らないで到達できる点が列上で連続する

オイラーツアー

u からオイラーツアーして配列 $depth, first, last$ を構築

- $depth[i] = i$ 番目に訪れる点の u からの距離
- $first[e] = e$ を最初に通るときの i
- $last[e] = e$ を最後に通るときの i

取り除いた辺 e を通らないで u から到達可能な葉の集合は, $depth$ 上の次の 2 つの区間に全て含まれる

- $[0, first[e])$
- $[last[e], 2n-1)$

区間の最大値 + e の重みが答えの候補

全体として $O(n)$

- クエリの引数の片方は列の端 $(0, 2n-1)$ のどちらかなので RMQ は不要

解法まとめ

楽な実装

- よく見ると①,②は③に吸収されている
- ③だけをやればいい

まとめ

- 任意の直径の両端 u, v を求める
- u からオイラーツアー
- 各辺をとったときの答えを $O(1)$ で求め最大値を更新していく
- v で同じことをやる
- 最終的な最大値を出力

$O(n)$

コメント

ジャッジ解でパスグラフの端から DFS してもスタックオーバーフローしない制約にしました

それでも RE してる人がかなりいましたが、 $1e5$ でも冒頭の全探索を頑張って最適化すると8秒ほどになったので、これ以上は落とせませんでした

テストケースが弱く、いろんな貪欲が通ってしまったみたいです

統計情報

オンサイトFA: cebu_san_team

オンラインFA: VOLPE

AC/Submission: 11/28

Writer 解

- tubo28: 101行
- T.M: 56行
 - T.M君のは別解です
 - どれでもいいので最長の辺をとって2つに分けた後, それぞれで1回のDFSをすると答えが求まります