

塗るだけ

問題: tuki_remon

解答: tubo28, T.M

解説: tubo28

お詫び

運営のミスで、問題文に制約が足りなかったため解けない問題となっ
てしまいました。申し訳ありません。

問題と解説は、問題文に以下の条件を追加しないと意味を持ちま
せん

- 塗る前に多角形内部の任意の 1 点に杭を打つ
- 立子さんと情太くんは、全体が多角形外部にある長い紐の両端を持っ
てから塗り始める
- 塗っている最中に紐の端から手を離さない
- 塗り終わった後に紐の両端を結ぶ
- その後紐を引っ張ったときに、紐が杭に引っかからなければならない

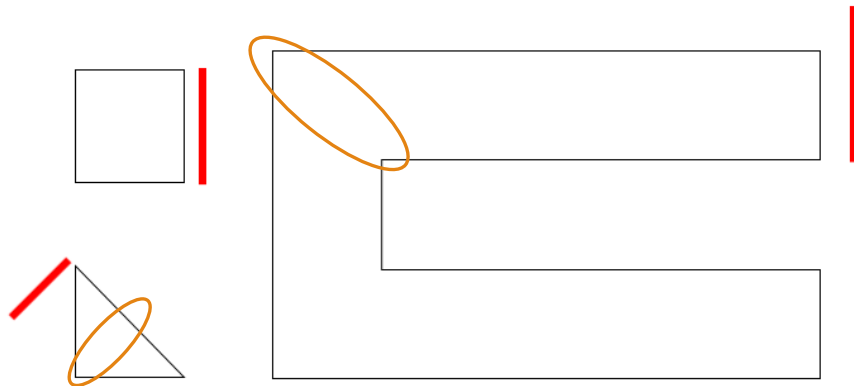
何かあれば @tubo28 までお願いします...

問題概要

多角形を線分で塗る

- 線分は伸び縮みする
- 端点の中には入ってはいけない

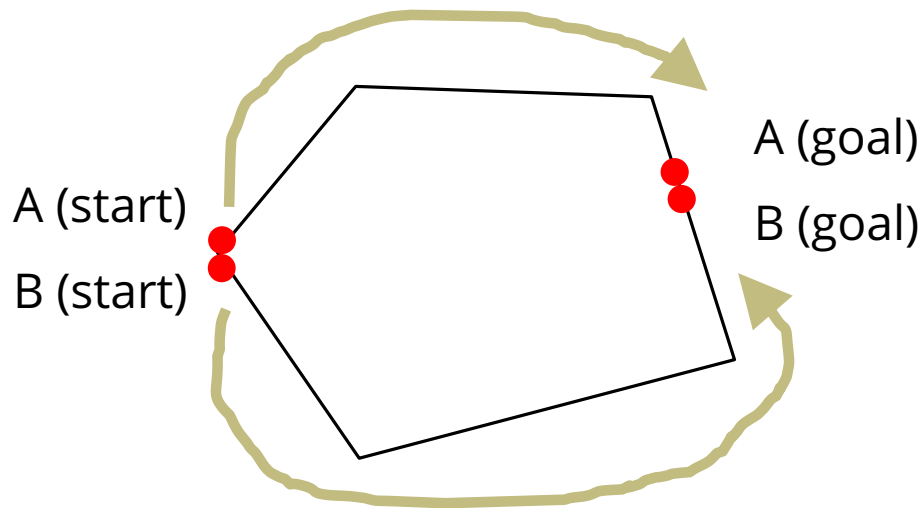
塗っている最中にとる長さの最大値の最小値は？



考察

辺以外を動くメリットはない

周に張り付いて動く点 A, B が「重なっている状態」から A が時計回り, B が半時計回りに移動して「再び重なった状態」になるまでにとる距離の最大値を求めれば十分



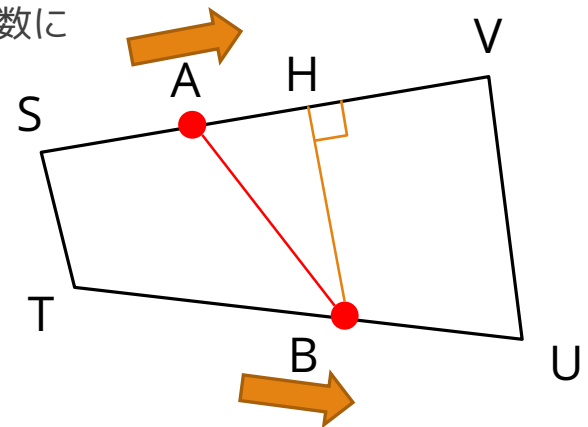
考察

最大値を達成しうるのは以下の3通り

- A=頂点, B=頂点
- A=頂点, B=Aから下ろした垂線の足
- A=Bから下ろした垂線の足, A=頂点

図のような途中の点を考える意味は無い

- 現在 $AB=ST$ から $AB=VU$ に移動中
- 最適に移動すると, 上に挙げた以外のところで AB は最大値はとらない
 - Bを固定してAを移動させると, 距離 AB は下に凸の関数に
 - 曲線の底がH



解法

点の配列 $P = \{\text{頂点}\} \cup \{\text{頂点から辺に下ろした足}\}$ を構築

- 入力と同じ向きに回るようにソートしておく

$dp[i][j] :=$ ペアが $P[i], P[j]$ に存在するまでにとった長さの最大値

P の長さ ($=m$) を 2 倍にして反時計回り \rightarrow 正, 時計周り \rightarrow 負への遷移とすると実装が楽

- $dp[0][0] = dp[1][1] = dp[2][2] = \dots = 0$
- $answer = \min\{ dp[0][m], dp[1][m+1], dp[2][m+2], \dots \}$

解法

ダイクストラ法のような順番で DP テーブルを埋める

- テーブルの大きさは $O(n^2)$ だが実際に見るのは $O(n^2)$
- 次の状態は $\max(\text{今までの最大の長さ}, \text{遷移先のペアの距離})$ で埋める
- A からの遷移先は以下のとおり
 - A が垂線の足 \rightarrow 停滞, A が乗っている辺の両端, B から自分の辺への垂線の足
 - A が頂点 \rightarrow 停滞, B から A の両側の辺への垂線の足, A の両側の辺の端点
- B も同様に遷移し, A, B 全ての組み合わせに遷移
- 遷移の方法は少なくはないが $O(1)$ 通り

全体で $O(n^2 \log n)$ あるいは $O(n^4)$

- 想定 TLE 解 $O(n^6)$ もギリギリ通りでしたが, そのまま出題しました

統計情報

FA: --

AC/Submission: --

Writer 解

- turbo28: 123行
- T.M: 106行