

Islands Survival

原案/解説: yurahuna

テスター: TM, tubo28

問題概要

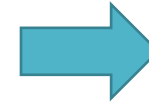
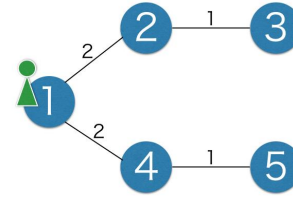
N 頂点 M 辺の単純連結無向グラフ

辺 i は時刻 t_i に消える／どの辺も通過するのに単位時間かかる

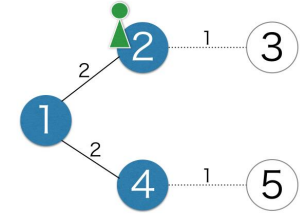
あなたは時刻 0 において、頂点 1 にいる

時刻 T までに得られるスコアを最大化せよ

$t = 0$
頂点数 5



$t = 1$
頂点数 3



イベントの順序

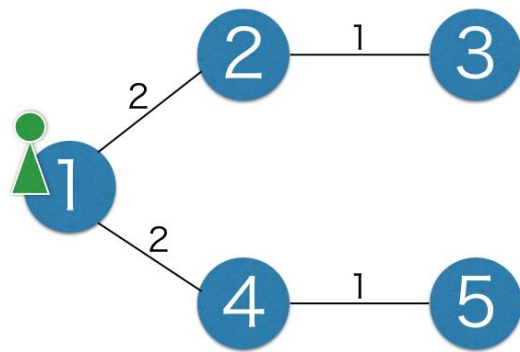
1. 辺が消える
2. 自分がいる頂点の属する連結成分の大きさがスコアに加算される
3. 隣接する頂点に移動 or その場にとどまる
4. 次の時刻へ

制約

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $N - 1 \leq M \leq \min(2 \times 10^5, N(N - 1)/2)$
- $1 \leq T \leq 10^5$

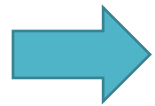
サンプル 1

t = 0
頂点数 5



スコア

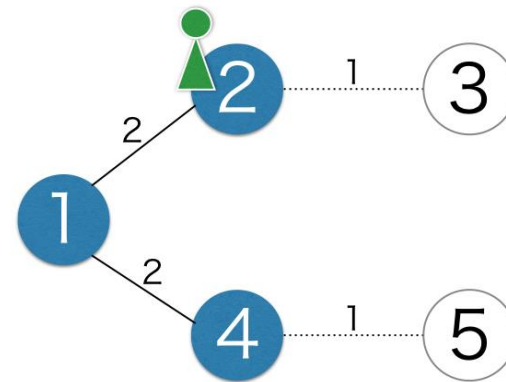
0



5



t = 1
頂点数 3



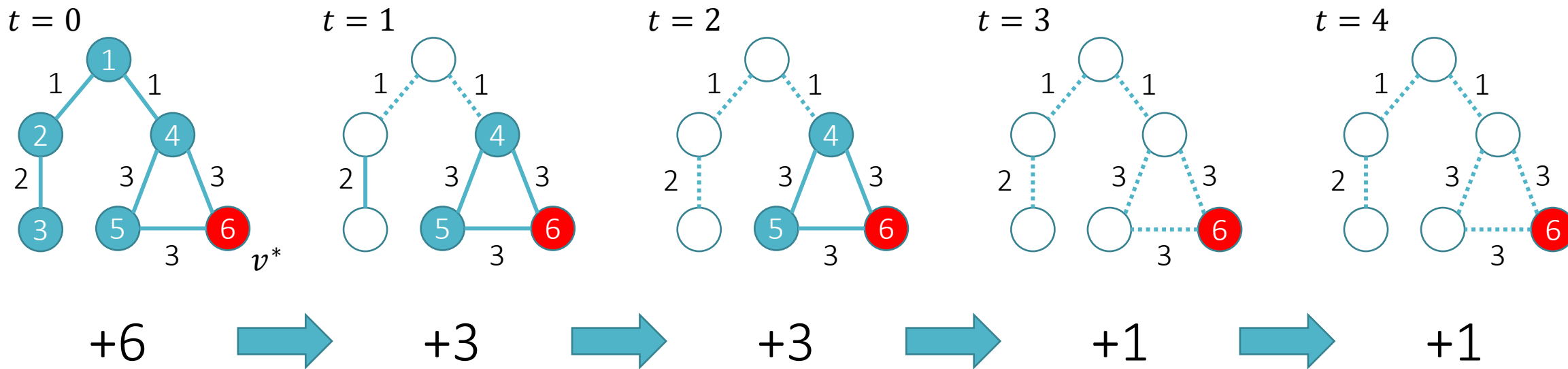
8

$T = 2$

考察 1

最後にいる頂点 v^* を決めると, スコアは経路に依存しない

$T = 5$



- 最後に v^* にいるためには, 常に v^* と同じ連結成分内にいなければならない
- ある時刻において, 同じ連結成分内なら, どの頂点にいても得られるスコアは同じ

TLE解法: $O(NM\alpha(N))$ α : アッカーマンの逆関数

最後にいる頂点 v^* を全探索

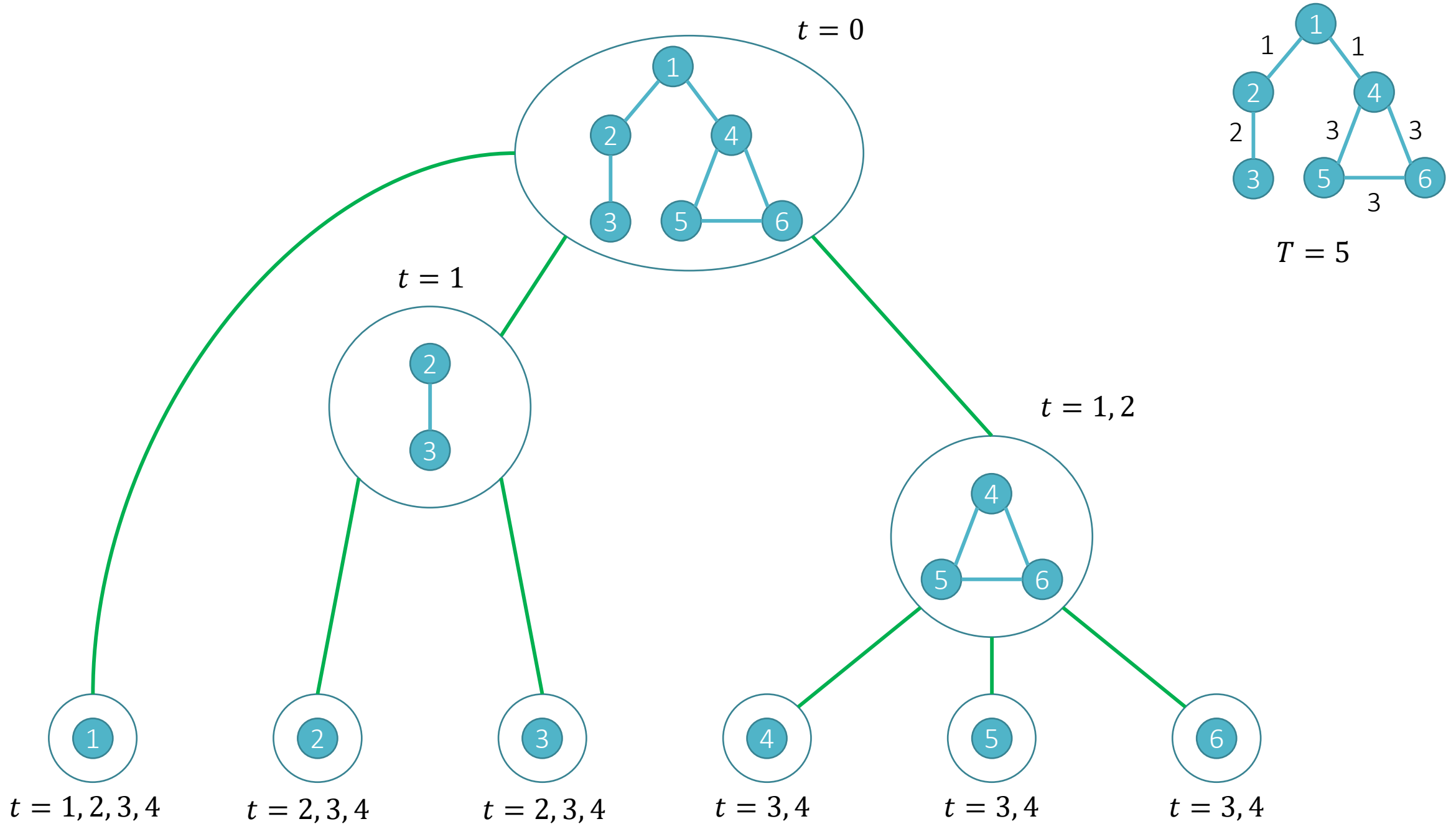
v^* を決めたときのスコアは, 逆から UnionFind すれば求まる

ただし, 時刻 T までに到達不可能な頂点は v^* たりえない (BFS 等で判定)

考察 2

連結成分が分割されていく過程を図に描いてみる

連結成分が存在する時刻



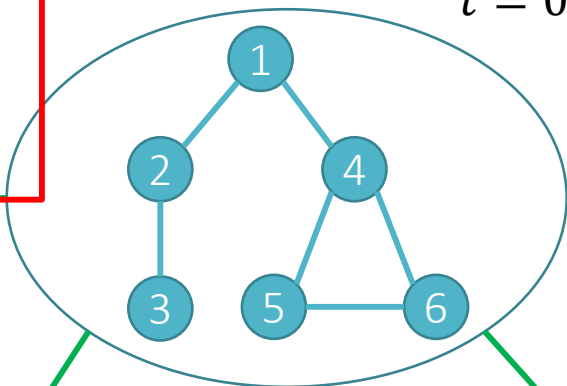
連結成分が分割されていく過程



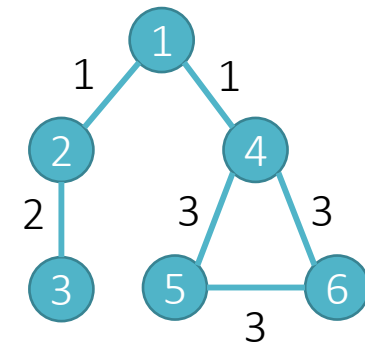
根付き木

連結成分が存在する時刻

$t = 0$



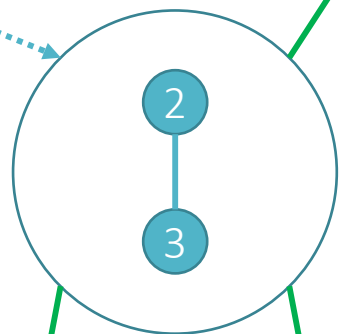
根: もとのグラフ全体



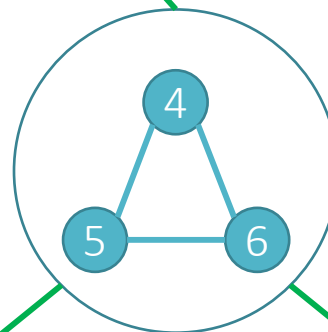
$T = 5$

根付き木のノード
= 連結成分

$t = 1$



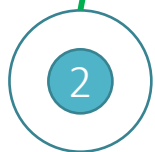
$t = 1, 2$



葉: もとのグラフの
各頂点



$t = 1, 2, 3, 4$



$t = 2, 3, 4$



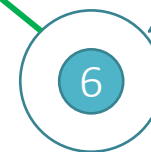
$t = 2, 3, 4$



$t = 3, 4$



$t = 3, 4$

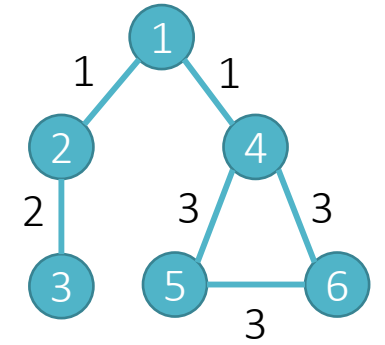
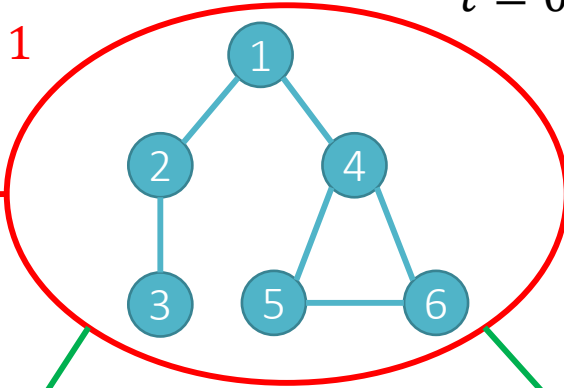


$t = 3, 4$

連結成分が存在する時刻

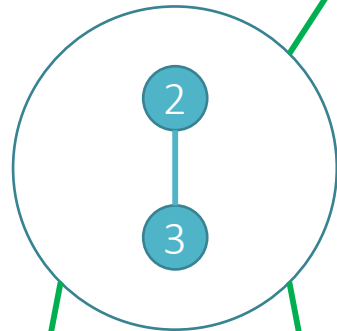
$t = 0$

6×1

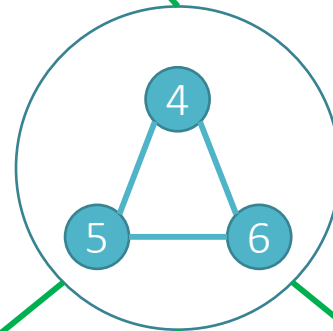


$T = 5$

$t = 1$

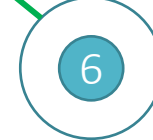


$t = 1, 2$



最後に頂点 1 にいるときのスコア
 $= 6 \times 1 + 1 \times 4 = 10$

1×4



$t = 1, 2, 3, 4$

$t = 2, 3, 4$

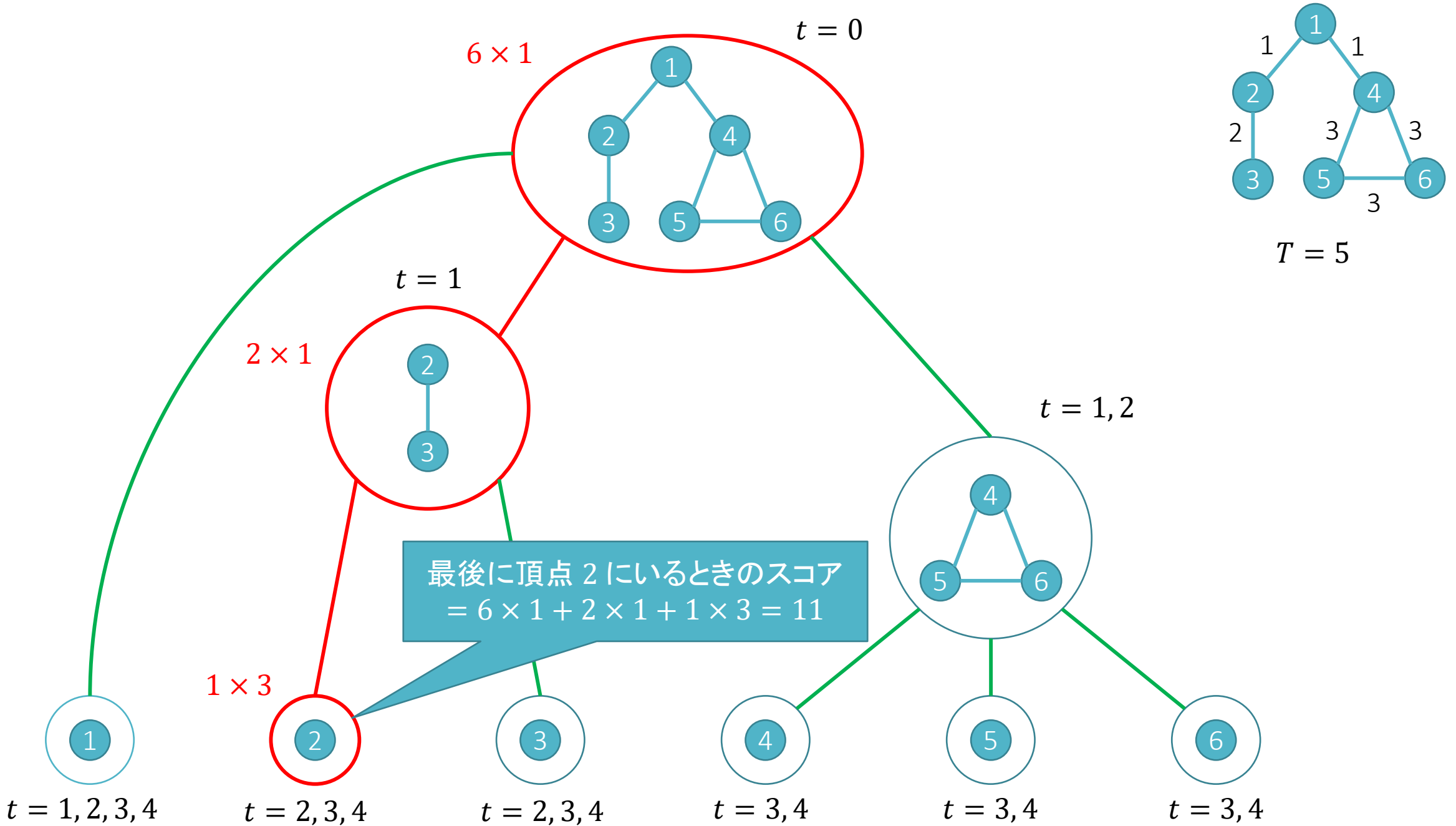
$t = 2, 3, 4$

$t = 3, 4$

$t = 3, 4$

$t = 3, 4$

連結成分が存在する時刻



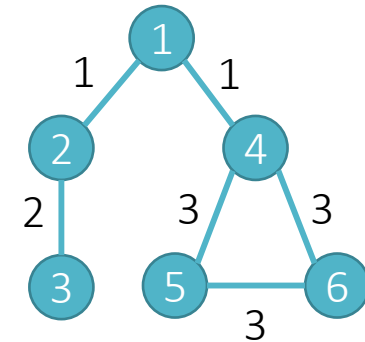
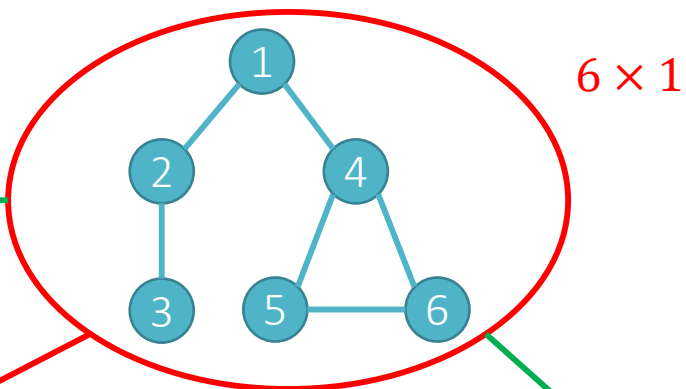
最後に v^* にいるときのスコア



根-葉のパスから計算可能

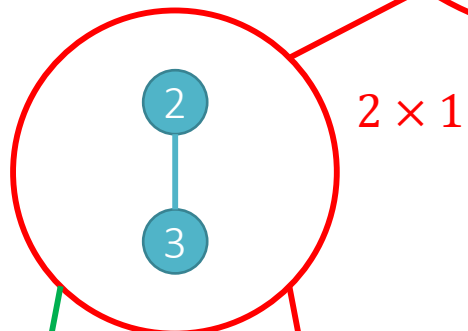
連結成分が存在する時刻

$t = 0$

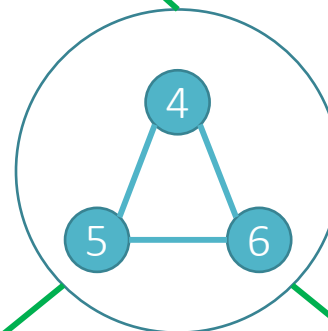


$T = 5$

$t = 1$



$t = 1, 2$



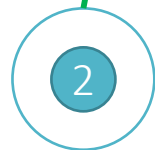
最後に頂点 3 にいるときのスコア

$$= 6 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 3 = 11$$

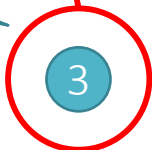
1×3



$t = 1, 2, 3, 4$



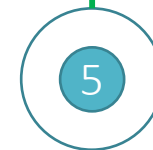
$t = 2, 3, 4$



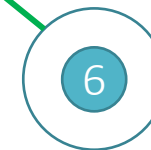
$t = 2, 3, 4$



$t = 3, 4$



$t = 3, 4$



$t = 3, 4$

解法

連結成分が分割されていく過程を根付き木で表現

(根: もとのグラフ / 葉: 孤立点)

根から各葉までのコストを DFS で計算し, max を取る

ただし, 時刻 T までに到達不可能な頂点は除く (BFS 等で判定)

根付き木のノード数は $O(M)$

→ 計算量: $O(M\alpha(N))$

統計

AC rate

4 / 13 (30.77 %)

First AC

Online: Achalatte (152min)

Onsite: Achalatte (152min)

ジャッジ解

TM 76 行 (C)

tubo28 114 行 (C++)